

Lektion	Kapitel	Uppgift	
1 - Print	1 Algebraiska uttryck, Polynom	1101 Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna b) $p(3)$ c) $p(-2)$	Eleverna kan träna på kommandot print och de fyra räknesätten genom att lösa uppgiften med programmering. <pre>print("p(0) =", 2 * 0**2 + 3 * 0 - 7)</pre>
2 - Variabler	1 Algebraiska uttryck, Polynom	1101 Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna a) $p(0)$ b) $p(3)$ c) $p(-2)$	Låt eleverna lösa uppgiften genom att först definiera en variabel: <pre>x = 0 print("p(", x, ") =", 2 * x**2 + 3 * x - 7)</pre>
3 - Input	1 Algebraiska uttryck, Polynom	1101 Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna a) $p(0)$ b) $p(3)$ c) $p(-2)$	Bygg vidare på uppgift 1101, genom att låta eleverna skriva ett program där man kan mata in ett värde på x och programmet beräknar värdet av polynomet. <pre>x = float(input("Ange x:")) print("p(", x, ") =", 2 * x**2 + 3 * x - 7)</pre>
4 - For	1 Algebraiska uttryck, Rationella uttryck	Förkortning och förlängning av rationella uttryck (s. 27 Origo 3c)	Låt eleverna beräkna värdet av uttrycket $(2x^2 + 8x + 8)/(x + 2)^2$ för flera olika värden på x . Ett effektivt sätt är att använda ett program: <pre>for x in range(1, 16): print((2*x**2 + 8*x + 8)/(x + 2)**2)</pre> Kan de förklara varför resultatet alltid blir 2?
	1 Algebraiska uttryck, Gränsvärden	Exempel 2 (s. 38 Origo 3c)	Utmana eleverna att skriva ett program som kan undersöka gränsvärdet av funktionen när x går mot 6, t.ex. <pre>for exp in range(1, 10): x = 6 - 1/(10**exp) f_x = (x + 5)/(x - 6) print(f_x)</pre>

Lektion	Kapitel	Uppgift
	3 Deriveringsregler, Derivatans av e^x	Derivatans av e^x (s. 96 i Origo 3c)
		<p>I teoritexten på s. 96 i elevboken undersöks värdet av ändringskvoten $(a^h - 1)/h$ för olika värden på a och h. I det här programmet kan man mata in talet a och på ett ögonblick beräkna ändringskvoten för successivt mindre värden på h: $h = 0,1; 0,01, \dots, 10^{-10}$</p> <pre>a = float(input("Ange basen a:")) for b in range (1, 10): h = 10**(-b) print((a**h - 1)/h)</pre> <p>På så sätt kan eleverna mata in olika värden på a och se när gränsvärdet av ändringskvoten är 1.</p>
5 - If	1 Algebraiska uttryck, Mer om polynom-ekvationer	<p>1220 Lös ekvationerna.</p> <p>a) $x^2 - 18x - 19 = 0$ b) $x^2 - 9x + 8 = 0$ c) $x^2 + 20x + 51 = 0$</p>
		<p>Låt eleverna skriva ett program där man kan mata in värdet av p och q i ekvationen $x^2 + px + q = 0$ och få reda på ekvationens rötter.</p> <pre>print("Det här programmet löser en andragradsekvation i formen x^2 + px + q = 0") p = float(input("Ange p =")) q = float(input("Ange q =")) x_1 = ((-p/2 - (p**2/4 - q)**0.5)) x_2 = ((-p/2 + (p**2/4 - q)**0.5)) if ((p**2/4 - q) < 0): print("Andragradsekvationen saknar reella rötter.") print("Det icke-reella rötterna är x =", x_1, "och x =", x_2) elif ((p**2/4 - q) == 0): print("Andragradsekvationen har en dubbelrot", x_1) else: print("Andragradsekvationen har två rötter, x =", x_1, "och x =", x_2)</pre> <p>Utvidga genom att låta eleverna skriva program som löser allmänna andragradsekvationer i formen $ax^2 + bx + c = 0$.</p>

Lektion	Kapitel	Uppgift	
	2 Ändringskvot och derivata, Räta linjens ekvation	2106 Ligger punkten (4, -1) på linjen? a) $y = -x/2 + 1$	Skriv ett program där användaren matar in en punkts koordinater och programmet avgör om punkten ligger på linjen $y = -x/2 + 1$ eller inte. <pre>x = float(input("Ange punktens x-koordinat:")) y = float(input("Ange punktens y-koordinat:")) if y == -x/2 + 1: print("Ja, punkten ligger på linjen.") else: print("Nej, punkten ligger inte på linjen.")</pre>
	2 Ändringskvot och derivata, Absolutbelopp och deriverbarhet	2236 Beräkna följande värden a) $ 7 $ b) $ -7 $	Låt eleverna skriva ett program som skriver ut absolutbeloppet av ett inmatat tal. Det är ett sätt att träna if-satser, men fokuserar också elevernas begreppsförmåga: <pre>tal = float(input("Ange ett tal:")) if tal >= 0: print("Absolutbeloppet är", tal) else: print("Absolutbeloppet är", -tal)</pre>
10 - Random	2 Ändringskvot och derivata, Absolutbelopp och deriverbarhet	2236 Beräkna följande värden a) $ 7 $ b) $ -7 $	I lektion 10 får eleverna se exempel på att man i Python 3 kan importera modulen random. För att beräkna absolutbeloppet av ett tal, kan man först importera modulen math. <pre>import math print(abs(-7))</pre>

Lektion	Kapitel	Uppgift	
11 - Turtle	1 Algebraiska uttryck, Polynom	1101 Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna a) $p(0)$ b) $p(3)$ c) $p(-2)$	Bygg vidare på uppgift 1101, genom att låta eleverna lösa uppgiften genom att först definiera en funktion: <pre>def p(x): return (2 * x**2 + 3 * x - 7) x = float(input("Ange x = ")) print(p(x))</pre>
	2 Ändringskvot och derivata, Sekantens lutning	2117 En sekant går genom punkterna (0, -1) och (2, 3) på kurvan $y = x^2 - 1$. Bestäm sekantens ändringskvot $\Delta y / \Delta x$.	Lös uppgiften genom att definiera en funktion som beräknar y -värdet för givet x : <pre>def y(x): return (x**2 - 1) print((y(2) - y(0))/(2 - 0))</pre>
	2 Ändringskvot och derivata, Tangentens lutning	2142 Låt $f(x) = -x^2 + 5x - 1$ och bestäm $f'(2)$ genom att beräkna $f(b) - f(2)/(b - 2)$ för några lämpliga värden på b .	Man kan uppskatta ett gränsvärde genom att göra upprepade beräkningar. Det kan göras i ett kalkylblad eller med glidare i Geogebra, men också med ett program, t.ex. <pre>def f(x): return (-x**2 + 5 * x - 1) x = int(input("Ange x = ")) for a in range (1, 10): b = x + 10**(-a) print((f(b) - f(x))/(b - x))</pre>
	3 Deriveringsregler, Historia	P&U, Newton-Raphsons metod (s. 111)	Låt eleverna skriva ett program som löser en ekvation med Newton-Raphsons metod: <pre>def f(x): return x**3 - 2 * x - 5 def f_(x): return 3* x**2 - 2 print("Det här programmet hittar en approximativ lösning till ekvationen x^3 - 2x - 5.") x = float(input("Gissa en rot till ekvationen, x =")) for n in range (1, 11): x = x - f(x)/f_(x) print(x) Beteckningen f_(x) står för derivatan.</pre>

Lektion	Kapitel	Uppgift
	5 Integraler, Areal under en kurva	<p>5205 Uppskatta arean av det skuggade området genom att dela in det i rektanglar och summera rektanternas areor. (Area mellan $y = x^2$ och x-axeln i intervallet $1 \leq x \leq 3$) b) Dela intervallet $1 \leq x \leq 3$ i åtta lika stora delintervall.</p>
		<p>Man kan uppskatta värdet av en integral genom att göra upprepade areaberäkningar. Det kan göras med kommandona över- och undersumma i Geogebra, men vill man fokusera matematiken bakom sådana kommandon kan man skriva ett eget program, t.ex.</p> <pre>def f(x): return x**2 x = 1.125 area = 0 for n in range (8): area = area + f(x) * 0.25 x = x + 0.25 print("Areal under kurvan är ungefär", area, "areeenheter.")</pre> <p>Låt eleverna ändra i programmet så att det beräknar arean när man delar in intervallet i fler än 8 bitar.</p>
12 - Nästlade satser	1 Algebraiska uttryck	<p>Historia, uppgift 2 Ge förslag på lösningar, x, y, z till ekvationen $x^n + y^n = z^n$ när $n = 2$.</p>
		<p>Låt eleverna skriva ett program som genererar Pythagoreiska tripplar:</p> <pre>for x in range (1, 100): for y in range (1, 100): z = (x**2 + y**2)**0.5 if z.is_integer(): print("x = ", x, ", y =", y, ", z =", z)</pre> <p>På rad 4 i programmet kontrollerar vi om talet z är ett heltal.</p> <p>Om man genererar Pythagoreiska tripplar enligt programmet nedan kan man kopiera och klistra in dem i Geogebras kalkylblad. Plottar man tripplarna som punkter i ett tredimensionellt koordinatsystem kan man se att de alla ligger på konen $x^2 + y^2 = z^2$.</p> <pre>for x in range (-50, 50): for y in range (-50, 50): z = (x**2 + y**2)**0.5 if z.is_integer() and x !=0 and y != 0: print(x, ", ", y, ", ", z) print(x, ", ", y, ", ", -z)</pre> 