

Lektion	Kapitel	Uppgift	Lösning med programmering
1 - Print	1 Algebraiska uttryck, Polynom	1101 Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna a) $p(0)$ b) $p(3)$ c) $p(-2)$	Eleverna kan träna på kommandot print och de fyra räknesätten genom att lösa uppgiften med programmering. <pre>print("p(0) =", 2 * 0**2 + 3 * 0 - 7)</pre>
2 - Variabler	1 Algebraiska uttryck, Polynom	1101 Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna a) $p(0)$ b) $p(3)$ c) $p(-2)$	Låt eleverna lösa uppgiften genom att först definiera en variabel: <pre>x = 0</pre> <pre>print("p(", x, ") =", 2 * x**2 + 3 * x - 7)</pre>
3 - Input	1 Algebraiska uttryck, Polynom	1101 Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna a) $p(0)$ b) $p(3)$ c) $p(-2)$	Bygg vidare på uppgift 1101, genom att låta eleverna skriva ett program där man kan mata in ett värde på $x$ och programmet beräknar värdet av polynomet. <pre>x = float(input("Ange x:"))</pre> <pre>print("p(", x, ") =", 2 * x**2 + 3 * x - 7)</pre>
4 - For	1 Algebraiska uttryck, Rationella uttryck	Förkortning och förlängning av rationella uttryck (s. 33 Origo 3bc vux)	Låt eleverna beräkna värdet av uttrycket $(2x^2 + 8x + 8)/(x + 2)^2$ för flera olika värden på $x$ . Ett effektivt sätt är att använda ett program: <pre>for x in range(1, 16):</pre> <pre>    print((2*x**2 + 8*x + 8)/(x + 2)**2)</pre> Kan de förklara varför resultatet alltid blir 2?
	1 Algebraiska uttryck, Gränsvärden	Exempel 3 (s. 44 Origo 3bc vux)	Utmana eleverna att skriva ett program som kan undersöka gränsvärdet av funktionen när $x$ går mot 6, t.ex. <pre>for exp in range(1, 10):</pre> <pre>    x = 6 - 1/(10**exp)</pre> <pre>    f_x = (x + 5)/(x - 6)</pre> <pre>    print(f_x)</pre>

Lektion	Kapitel	Uppgift	Lösning med programmering
	<b>3 Deriveringsregler, Derivatan av <math>e^x</math></b>	Derivatan av $e^x$ (s. 98 i Origo 3bc vux)	I teoritexten på s. 98 i elevboken undersöks värdet av ändringskvoten $(a^h - 1)/h$ för olika värden på $a$ och $h$ . I det här programmet kan man mata in talet $a$ och på ett ögonblick beräkna ändringskvoten för successivt mindre värden på $h$ : $h = 0,1; 0,01, \dots, 10^{-10}$  <pre>a = float(input("Ange basen a:")) for b in range (1, 10):     h = 10**(-b)     print((a**h - 1)/h)</pre> På så sätt kan eleverna mata in olika värden på $a$ och se när gränsvärdet av ändringskvoten är 1.
	<b>6 Geometrisk summa, Geometrisk talföljder</b>	6203 Beräkna den geometriska summan $2\,000 + 2\,000 \cdot 1,025 + \dots + 2\,000 \cdot 1,025^7$	Lös uppgiften med ett program, t.ex.  <pre>summa = 0 for n in range (0, 8):     summa = summa + 2000 * 1.025**n print(summa)</pre>

Lektion	Kapitel	Uppgift	Lösning med programmering
5 - If	1 Algebraiska uttryck, Mer om polynom-ekvationer	1221 Lös ekvationerna. a) $x^2 - 18x - 19 = 0$ b) $x^2 - 9x + 8 = 0$ c) $x^2 + 20x + 51 = 0$	<p>Låt eleverna skriva ett program där man kan mata in värdet av <math>p</math> och <math>q</math> i ekvationen <math>x^2 + px + q = 0</math> och få reda på ekvationens rötter.</p> <pre> print("Det här programmet löser en andragradsekvation i formen x^2 + px + q = 0") p = float(input("Ange p =")) q = float(input("Ange q =")) x_1 = ((-p/2 - (p**2/4 - q)**0.5)) x_2 = ((-p/2 + (p**2/4 - q)**0.5)) if ((p**2/4 - q) &lt; 0):     print("Andragradsekvationen saknar reella rötter.")     print("Det icke-reella rötterna är x =",x_1,"och x =",x_2) elif ((p**2/4 - q) == 0):     print("Andragradsekvationen har en dubbelrot,x =",x_1) else:     print("Andragradsekvationen har två rötter, x =",x_1,"och x =",x_2) </pre> <p>Utvidga genom att låta eleverna skriva program som löser allmänna andragradsekvationer i formen <math>ax^2 + bx + c = 0</math>.</p>
	2 Ändringskvot och derivata, Räta linjens ekvation	2106 Ligger punkten (4, -1) på linjen? a) $y = -x/2 + 1$	<p>Skriv ett program där användaren matar in en punkts koordinater och programmet avgör om punkten ligger på linjen <math>y = -x/2 + 1</math> eller inte.</p> <pre> x = float(input("Ange punktens x-koordinat:")) y = float(input("Ange punktens y-koordinat:")) if y == -x/2 + 1:     print("Ja, punkten ligger på linjen.") else:     print("Nej, punkten ligger inte på linjen.") </pre>

Lektion	Kapitel	Uppgift	Lösning med programmering
	<b>2 Ändringskvot och derivata, Absolutbelopp och deriverbarhet</b>	2235 Beräkna följande värden a) $ 7 $ b) $ -7 $	Låt eleverna skriva ett program som skriver ut absolutbeloppet av ett inmatat tal. Det är ett sätt att träna if-satser, men fokuserar också elevernas begreppsförmåga: <pre>tal = float(input("Ange ett tal:")) if tal &gt;= 0:     print("Absolutbeloppet är", tal) else:     print("Absolutbeloppet är", -tal)</pre>
<b>9 - Listor</b>	<b>6 Geometrisk summa, Geometriska talföljder</b>	6102 Bestäm de fem första elementen i en talföljd där a) $a_n = n - 2$	Låt eleverna skriva ett program som gör en lista med de 100 första talen i talföljden, t.ex. <pre>lista = [] for n in range (1,101):     lista.append(n - 2) print(lista)</pre>
<b>10 - Random</b>	<b>2 Ändringskvot och derivata, Absolutbelopp och deriverbarhet</b>	2235 Beräkna följande värden a) $ 7 $ b) $ -7 $	I lektion 10 får eleverna se exempel på att man i Python 3 kan importera modulen random. För att beräkna absolutbeloppet av ett tal, kan man först importera modulen math. <pre>import math print(abs(-7))</pre>

Lektion	Kapitel	Uppgift	Lösning med programmering
11 - Turtle	1 Algebraiska uttryck, Polynom	1101 Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna a) $p(0)$ b) $p(3)$ c) $p(-2)$	Bygg vidare på uppgift 1101, genom att låta eleverna lösa uppgiften genom att först definiera en funktion: <pre>def p(x):     return (2 * x**2 + 3 * x - 7) x = float(input("Ange x = ")) print(p(x))</pre>
	2 Ändringskvot och derivata, Sekantens lutning	2118 En sekant går genom punkterna (0, -1) och (2, 3) på kurvan $y = x^2 - 1$ . Bestäm sekantens ändringskvot $\Delta y/\Delta x$ .	Lös uppgiften genom att definiera en funktion som beräknar $y$ -värdet för givet $x$ : <pre>def y(x):     return (x**2 - 1) print((y(2) - y(0))/(2 - 0))</pre>
	2 Ändringskvot och derivata, Tangentens lutning	2141 Låt $f(x) = -x^2 + 5x - 1$ och bestäm $f'(2)$ genom att beräkna $f(b) - f(2)/(b - 2)$ för några lämpliga värden på $b$ .	Man kan uppskatta ett gränsvärde genom att göra upprepade beräkningar. Det kan göras i ett kalkylblad eller med glidare i Geogebra, men också med ett program, t.ex. <pre>def f(x):     return (-x**2 + 5 * x - 1) x = int(input("Ange x = ")) for a in range (1, 10):     b = x + 10**(-a)     print((f(b) - f(x))/(b - x))</pre>

Lektion	Kapitel	Uppgift	Lösning med programmering
	5 <b>Integraler, Areal under en kurva</b>	5205 Uppskatta arean av det skuggade området genom att dela in det i rektanglar och summera rektanglarnas areor. (Area mellan $y = x^2$ och $x$ -axeln i intervallet $1 \leq x \leq 3$ ) b) Dela intervallet $1 \leq x \leq 3$ i åtta lika stora delintervall.	<p>Man kan uppskatta värdet av en integral genom att göra upprepade areaberäkningar. Det kan göras med kommandona över- och undersumma i Geogebra, men vill man fokusera matematiken bakom sådana kommandon kan man skriva ett eget program, t.ex.</p> <pre>def f(x):     return x**2 x = 1.125 area = 0 for n in range (8):     area = area + f(x) * 0.25     x = x + 0.25 print("Areal under kurvan är ungefär", area, "areaenheter.")</pre> <p>Låt eleverna ändra i programmet så att det beräknar arean när man delar in intervallet i fler än 8 bitar.</p>
12 - Nästlade satser	1 <b>Algebraiska uttryck</b>	<p>Historia, uppgift 2</p> <p>Ge förslag på lösningar, <math>x</math>, <math>y</math>, <math>z</math> till ekvationen <math>x^n + y^n = z^n</math> när <math>n = 2</math>.</p>	<p>Låt eleverna skriva ett program som genererar Pythagoreiska tripplar:</p> <pre>for x in range (1, 100):     for y in range (1, 100):         z = (x**2 + y**2)**0.5         if z.is_integer():             print("x = ", x, ", y =", y, ", z =", z)</pre> <p>På rad 4 i programmet kontrollerar vi om talet <math>z</math> är ett heltal.</p> <p>Om man genererar Pythagoreiska tripplar enligt programmet nedan kan man kopiera och klistra in dem i Geogebras kalkylblad. Plottar man tripplarna som punkter i ett tredimensionellt koordinatsystem kan man se att de alla ligger på konen <math>x^2 + y^2 = z^2</math>.</p> <pre>for x in range (-50, 50):     for y in range (-50, 50):         z = (x**2 + y**2)**0.5         if z.is_integer() and x !=0 and y != 0:             print(x, ", ", y, ", ", z)             print(x, ", ", y, ", ", -z)</pre> 