## matematik Office

Attila Szabo -Niclas Larson -Gunilla Viklund -Mikael Marklund -Daniel Dufåker -

## GeoGebraexempel

**1b** 

sanoma utbildning

## Till läsaren

I ELEVBÖCKERNA I SERIEN MATEMATIK ORIGO finns uppgifter där vi rekommenderar användning av grafritande hjälpmedel. I elevböckerna ger vi exempel på hur dessa uppgifter kan lösas med grafritande räknare. Men i gymnasieskolan är det i dag allt vanligare att lösa sådana uppgifter med andra digitala hjälpmedel, t.ex. GeoGebra. Därför har vi i det här materialet valt att visa hur man kan använda GeoGebra för att lösa denna typ av uppgifter. Uppgifterna är hämtade från elevbokens exempel. Vi visar också hur man kan använda GeoGebra för att utföra de beräkningar som finns under rubriken ON På din räknare.

Exemplen med lösningar i GeoGebra finns till var och en av elevböckerna i serien Matematik Origo och är tänkta att användas parallellt med elevboken. För att göra det enkelt att hitta finns det sidhänvisningar till de exempel i elevboken som materialet bygger på. I lösningarna utgår vi från GeoGebra Classic 6, som finns tillgängligt gratis via www.geogebra.org/classic. Observera att vi visar *ett* sätt att lösa uppgifterna. Inte sällan är det möjligt att lösa dem på andra sätt eller med andra kommandon.

De uppgifter i elevboken där du uppmanas att använda grafritande räknare får du lösa med valfritt grafritande hjälpmedel.

Vi hoppas att du kommer att ha nytta av materialet! *Författarna* 

Har du synpunkter eller förslag på förbättringar? Hör av dig till emelie.reutersward@sanomautbildning.se

**ON** Med ditt digitala hjälpmedel I GeoGe

I GeoGebra är det ingen skillnad mellan tangenten som betecknar negativa tal och tangenten för subtraktion. För att beräkna uttrycket -2 - 5 skriver du -2 - 5 i inmatningsfältet.



Image: Med ditt digitala hjälpmedelFör att beräkna potensen 5³ i GeoGebra skriver du 5^3 i inmatningsfältet. Du kan<br/>också använda knappen x<sup>III</sup> på GeoGebras tangentbord. Du öppnar<br/>tangentbordet genom att klicka på IIII i fönstrets nederkant.

()→ Exempel:	Beräkna $4 \cdot 3^2 - \frac{10}{2} + \frac{24}{3 - 11}$ med hjälp av GeoGebra.
Lösning:	Skriv in uttrycket i inmatningsfältet och kontrollera att GeoGebra tolkar uttrycket på rätt sätt.
	4 * 3^2 - 10/2 + 24/(3 - 11)
	GeoGebra använder sig automatiskt av prioriteringsreglerna. Resultatet 28 avläses i algebrafönstret.
	$c = 4 \cdot 3^2 - \frac{10}{2} + \frac{24}{3 - 11}$
	$\rightarrow 28$

**ON** Med ditt digitala hjälpmedel

Vill du beräkna  $6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 1,3 \cdot 10^{24}$  i GeoGebra skriver du 6.7 \* 10^-11 \* 1.3 \* 10^24 i inmatningsfältet. GeoGebra ger då svaret 87 100 000 000 000. Vill du ha svaret i grundpotensform börjar du skriva grundpotensform i inmatningsfältet. Du får då upp ett antal alternativ. Välj Grundpotensform(<Tal>) och mata in talet. GeoGebra ger resultatet i form av en text.

 $\begin{array}{l} \mathsf{a} = 6.7 \cdot 10^{-11} \cdot 1.3 \cdot 10^{24} \\ \rightarrow \ 8710000000000 \end{array}$ 

 $Text1 = "8.71 \times 10^{13}"$ 



ONMed ditt digitala hjälpmedelTecknet för roten ur hittar du på GeoGebras tangentbord. Du öppnar<br/>tangentbordet genom att klicka på i fönstrets nederkant. Vill du beräkna<br/>exempelvis √10 kan du även skriva sqrt(10) i inmatningsfältet.

För att beräkna  $\sqrt[3]{64}$  öppnar du GeoGebras tangentbord, väljer fliken **f(x)** och klickar på **\sqrt[3]{11}**. Du kan också skriva **nrot(64, 3)** direkt i inmatningsfältet.

$$a = \sqrt{10}$$
$$\rightarrow 3.16$$
$$b = \sqrt[3]{64}$$

→ 4







G→ Exempel:	Inköpspriset på en traktor är 372 000 kr. Traktorns värde minskar därefter med 18 % per år.
	a) Ange en ekvation av formen $y = Ca^x$ som beskriver traktorns värde y kr efter x år.
	b) Efter hur många år är traktorn värd mindre än 120 000 kr?
Lösning:	a) En minskning med 18 % innebär att förändringsfaktorn är 0,82, $a = 0,82$ . Det återstår att bestämma <i>C</i> i funktionen $y = C \cdot 0,82^x$ . Om $x = 0$ är $y = 372\ 000$ , vilket ger $372\ 000 = C \cdot 0,82^0$ och alltså $C = 372\ 000$ .
	Svar: Ekvationen är $y = 372\ 000 \cdot 0,82^x$
	b) Vi löser ekvationen 120 000 = 372 000 $\cdot$ 0,82 <sup><i>x</i></sup> genom att först rita graferna till <i>y</i> = 120 000 och <i>y</i> = 372 000 $\cdot$ 0,82 <sup><i>x</i></sup> . Sedan bestämmer vi <i>x</i> -värdet för grafernas skärningspunkt. Vi använder GeoGebra.
Skalan på y-axeln måste gå över 120 000 för att grafen till y = 120 000 ska synas.	Skriv in de två funktionerna i inmatningsfältet. Om du inte ser graferna i ritområdet, behöver du ändra skalan på axlarna. Välj ⊕ och dra i respektive axel tills graferna visas i ritområdet.
	För att ställa in skalan kan du även högerklicka i ritområdet och välja 🌞. Du får då upp ett fönster där du kan mata in önskade värden för nedre och övre gräns på respektive axel.
	Bestäm koordinaterna för grafernas skärningspunkt med hjälp av kommandot $\nearrow$ . Det ger $x \approx 5,7$ .
	$\textcircled{\ } \bullet \checkmark \checkmark \checkmark \bigcirc \bigcirc \bigcirc \checkmark \checkmark \checkmark \bigcirc \bigcirc \bigcirc \checkmark \checkmark = \bigcirc \bigcirc \bigcirc \checkmark \checkmark = \bigcirc \bigcirc \bigcirc \checkmark \checkmark \bigcirc \bigcirc \bigcirc \checkmark $
	● f: y = 120000 = √ 9 €00000 = →
	$ g: y = 372000 \cdot 0.82^{x} $
	A = skarning(g, f, (5.7, 120000)) + (5.7, 120000))
	+ Inmatningsfält 200000 A
	r
	-20000 Q
	-400000
	Svar: Efter 6 år är traktorn värd mindre än 120 000 kr

**ON** Med ditt digitala hjälpmedel

För att beräkna uttrycket  $\sqrt[4]{9}$  öppnar du GeoGebras tangentbord m, väljer fliken **f(x)** och klickar på m.

$$\mathsf{a}=\sqrt[4]{9}$$

→ 1.73

Du kan också skriva nrot(4, 9) direkt i inmatningsfältet.



⊖→ Exempel:	Antalet invånare i en kommun minskade på 7 år från 32 567 till 27 278. Hur stor var den genomsnittliga årliga minskningen uttryckt i procent?
Lösning:	Den årliga minskningen ger förändringsfaktorn x.
	Vi ska lösa ekvationen
	$27\ 278 = 32\ 567 \cdot x^7$ På 7 år minskar antalet invånare från 32 567 till 27 278
	$\frac{27\ 278}{32\ 567} = \frac{32\ 567 \cdot x^7}{32\ 567}$ Vi delar båda led med 32 567
	$x^7 = \frac{27\ 278}{32\ 567}$
	$x = \sqrt[7]{\frac{27\ 278}{32\ 567}}$ Udda exponent ger exakt en lösning. Använd digitalt hjälpmedel
	$x \approx 0.975$
	Förändringsfaktorn $x \approx 0.975$ motsvarar en minskning med $1 - 0.975 = 0.025 = 2.5$ %.
	Svar: Antalet invånare i kommunen minskade i genomsnitt med 2,5 %.
	Om du vill lösa ekvationen grafiskt med hjälp av GeoGebra, så börjar du med att skriva in $y = 27\ 278$ och $y = 32\ 567 \cdot x^7$ i inmatningsfältet. Ställ sedan in skalan på axlarna genom att välja $\bigoplus$ och dra i respektive axel tills graferna visas i ritområdet. Bestäm var graferna skär varandra genom att välja $\nearrow$ och därefter markera skärningspunkten. Om du har ställt in att alla tal ska anges med tre decimaler, kan du nu se att $x \approx 0.975$ .
	• $f: y = 27278$ $\exists N$ $\uparrow y$
	• g : y = 32567 x <sup>7</sup> <sup>1</sup>
	A = Skärning (g, f)  i 20000 → (0.98, 27278)  20000
	+ Inmatningsfält 10000
	-1.5 -1 -10000 -10000 Q



Om du vill ta fram slumptal med GeoGebra, så går du till menyn **Visa** och väljer **Kalkylblad**. För att få fram ett slumptal mellan 0 och 99 i cell A1 skriver du **A1=SlumptalMellan(0, 99)** i inmatningsfältet och trycker Retur. För att generera fler slumptal, tar du tag i nedre högra hörnet på cellen och drar nedåt. Du kan generera slumptal i Excel på ungefär samma sätt.



