matematik origo 3b

Lektion	Kapitel	Uppgift	Lösning med programmering
1 – Print	**1 Algebraiska uttryck, Polynom**	**1101** Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna a) $p(0)$ b) $p(3)$ c) $p(-2)$	Eleverna kan träna på kommandot print och de fyra räknesätten genom att lösa uppgiften med programmering. `print("p(0) =", 2 * 0**2 + 3 * 0 - 7)`

2 – Variabler	**1 Algebraiska uttryck, Polynom**	**1101** Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna
		a) $p(0)$
		b) $p(3)$
		c) $p(-2)$
			Låt eleverna lösa uppgiften genom att först definiera en variabel:
			`x = 0`
			`print("p(", x, ") =", 2 * x**2 + 3 * x - 7)`

3 – Input	**1 Algebraiska uttryck, Polynom**	**1101** Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna
		a) $p(0)$
		b) $p(3)$
		c) $p(-2)$
			Bygg vidare på uppgift **1101**, genom att låta eleverna skriva ett program där man kan mata in ett värde på x och programmet beräknar värdet av polynomet.
			`x = float(input("Ange x:"))`
			`print("p(", x, ") =", 2 * x**2 + 3 * x - 7)`

4 – For	**1 Algebraiska uttryck, Rationella uttryck**	**Förkortning och förlängning av rationella uttryck**
		(s. 29 Origo 3b)
			Låt eleverna beräkna värdet av uttrycket $(2x^2 + 8x + 8)/(x + 2)^2$ för flera olika värden på x. Ett effektivt sätt är att använda ett program:
			`for x in range(1, 16):`
			`  print((2*x**2 + 8*x + 8)/(x + 2)**2)`
			Kan de förklara varför resultatet alltid blir 2?

	1 Algebraiska uttryck, Gränsvärden	**Exempel 3**
		(s. 40 Origo 3b)
			Utmana eleverna att skriva ett program som kan undersöka gränsvärdet av funktionen när x går mot 6, t.ex.
			`for exp in range (1, 10):`
			`  x = 6 - 1/(10**exp)`
			`  f_x = (x + 5)/(x - 6)`
			`  print(f_x)`

Lektion	Kapitel	Uppgift	Lösning med programmering

	3 Deriveringsregler, Derivatan av e^x	**Derivatan av e^x**
		(s. 112 i Origo 3b)
			I teoritexten på s. 112 i elevboken undersöks värdet av ändringskvoten $(a^h - 1)/h$ för olika värden på a och h. I det här programmet kan man mata in talet a och på ett ögonblick beräkna ändringskvoten för successivt mindre värden på h: $h = 0{,}1; 0{,}01, \ldots, 10^{-10}$
			`a = float(input("Ange basen a:"))`
			`for b in range (1, 10):`
			`  h = 10**(-b)`
			`  print((a**h - 1)/h)`
			
			På så sätt kan eleverna mata in olika värden på a och se när gränsvärdet av ändringskvoten är 1.

	6 Geometrisk summa, Geometriska talföljder	**6203** Beräkna den geometriska summan $2\,000 + 2\,000 \cdot 1{,}025 + 2\,000 \cdot 1{,}0252 + \ldots 2\,000 \cdot 1{,}025^7$	Lös uppgiften med ett program, t.ex.
			`summa = 0`
			`for n in range (0, 8):`
			`  summa = summa + 2000 * 1.025**n`
			`print(summa)`

<table>
<tr><th>Lektion</th><th>Kapitel</th><th>Uppgift</th><th>Lösning med programmering</th></tr>
<tr><td>5 – If</td><td>1 Algebraiska uttryck, Mer om polynomekvationer</td><td>1221 Lös ekvationerna.
a) $x^2 - 18x - 19 = 0$
b) $x^2 - 9x + 8 = 0$
c) $x^2 + 20x + 51 = 0$</td><td>Låt eleverna skriva ett program där man kan mata in värdet av p och q i ekvationen $x^2 + px + q = 0$ och få reda på ekvationens rötter.

```
print("Det här programmet löser en andragradsekvation i formen x^2 + px + q = 0")
p = float(input("Ange p ="))
q = float(input("Ange q ="))
x_1 = ((-p/2 - (p**2/4 - q)**0.5))
x_2 = ((-p/2 + (p**2/4 - q)**0.5))
if ((p**2/4 - q) < 0):
  print("Andragradsekvationen saknar reella rötter.")
  print("Det icke-reella rötterna är x =:",x_1,"och x =",x_2)
elif ((p**2/4 - q) == 0):
  print("Andragradsekvationen har en dubbelrot, x =",x_1)
else:
  print("Andragradsekvationen har två rötter, x =",x_1,"och x =",x_2)
```

Utvidga genom att låta eleverna skriva program som löser allmänna andragradsekvationer i formen $ax^2 + bx + c = 0$.</td></tr>
<tr><td></td><td>2 Ändringskvot och derivata, Räta linjens ekvation</td><td>2106 Ligger punkten (4, –1) på linjen?
a) $y = -x/2 + 1$</td><td>Skriv ett program där användaren matar in en punkts koordinater och programmet avgör om punkten ligger på linjen $y = -x/2 + 1$ eller inte.

```
x = float(input("Ange punktens x-koordinat:"))
y = float(input("Ange punktens y-koordinat:"))
if y == -x/2 + 1:
  print("Ja, punkten ligger på linjen.")
else:
  print("Nej, punkten ligger inte på linjen.")
```
</td></tr>
</table>

Lektion	Kapitel	Uppgift	Lösning med programmering

9 – Listor	**6 Geometrisk summa, Geometriska talföljder**	**6102** Bestäm de fem första elementen i en talföljd där
		a) $a_n = n - 2$
			Låt eleverna skriva ett program som gör en lista med de 100 första talen i talföljden, t.ex.
			`lista = []`
			`for n in range (1,101):`
			`  lista.append(n - 2)`
			`print(lista)`

11 – Turtle	**1 Algebraiska uttryck, Polynom**	**1101** Låt $p(x) = 2x^2 + 3x - 7$ och beräkna
		a) $p(0)$
		b) $p(3)$
		c) $p(-2)$
			Bygg vidare på uppgift **1101**, genom att låta eleverna lösa uppgiften genom att först definiera en funktion:
			`def p(x):`
			`  return (2 * x**2 + 3 * x - 7)`
			`x = float(input("Ange x ="))`
			`print(p(x))`

	2 Ändringskvot och derivata, Sekantens lutning	**2203** En sekant går genom punkterna (0, –1) och (2, 3) på kurvan $y = x^2 - 1$. Bestäm sekantens ändringskvot $\Delta y/\Delta x$.	Lös uppgiften genom att definiera en funktion som beräknar y-värdet för givet x:
			`def y(x):`
			`  return (x**2 - 1)`
			`print((y(2) - y(0))/(2 - 0))`

	5 Integraler, Arean under en kurva	**5205** Uppskatta arean av det skuggade området genom att dela in det i rektanglar och summera rektanglarnas areor.
		(Area mellan $y = x^2$ och x-axeln i intervallet $1 \leq x \leq 3$)
		b) Dela intervallet $1 \leq x \leq 3$ i åtta lika stora delintervall.
			Man kan uppskatta värdet av en integral genom att göra upprepade area-beräkningar. Det kan göras med kommandona över- och undersumma i Geogebra, men vill man fokusera matematiken bakom sådana kommandon kan man skriva ett eget program, t.ex.
			`def f(x):`
			`  return x**2`
			`x = 1.125`
			`area = 0`
			`for n in range (8):`
			`  area = area + f(x) * 0.25`
			`  x = x + 0.25`
			`print("Arean under kurvan är ungefär", area, "areaenheter.")`
			Låt eleverna ändra i programmet så att det beräknar arean när man delar in intervallet i fler än 8 bitar.

<table>
<thead>
<tr><th>Lektion</th><th>Kapitel</th><th>Uppgift</th><th>Lösning med programmering</th></tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>12 – Nästlade satser</td>
<td>1 Algebraiska uttryck</td>
<td>

Historia, uppgift 2

Ge förslag på lösningar, x, y, z till ekvationen

$x^n + y^n = z^n$

när $n = 2$.

</td>
<td>

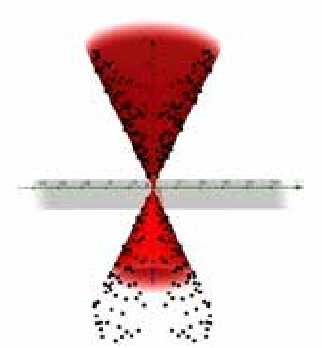
Låt eleverna skriva ett program som genererar Pythagoreiska tripplar:

```
for x in range (1, 100):
  for y in range (1, 100):
    z = (x**2 + y**2)**0.5
    if z.is_integer():
      print("x = ", x, ", y =", y, ", z =", z)
```

På rad 4 i programmet kontrollerar vi om talet z är ett heltal.

Om man generar Pythagoreiska tripplar enligt programmet nedan kan man kopiera och klistra in dem i Geogebras kalkylblad. Plottar man tripplarna som punkter i ett tredimensionellt koordinatsystem kan man se att de alla ligger på konen $x^2 + y^2 = z^2$.

```
for x in range (-50, 50):
  for y in range (-50, 50):
    z = (x**2 + y**2)**0.5
    if z.is_integer() and x !=0 and y != 0:
      print(x, ",", y, ",", z)
      print(x, ",", y, ",", -z)
```



</td>
</tr>
</tbody>
</table>